Suites réelles

Série 08 | 3 ème Sciences

*L'essence des **mathématiques**, c'est la liberté.*

On considère la suite (U_n) définie sur IN par: $U_0=2$ et $U_{n+1}= 2-\dfrac{1}{U_n}$,$n\in$ IN.

1) a) Montrer que pour tout entier naturel n, on a: $U_n \succ 1$.
   b) Montrer que (U_n) est une suite décroissante.

2) Soit la suite (v_n) définie sur IN par : $v_n = 3+\dfrac{1}{U_n-1}$

   a) Montrer que (V_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme v_n

   b) Exprimer v_n en fonction de n .En déduire $u_n = \dfrac{n+2}{n+1}$ pour tout entier naturel n,

   c) Calculer la limite de la suite (U_n)

*Les **mathématiques** sont une gymnastique de l'esprit et une préparation à la philosophie.*

On considère la suite $\begin{cases} u_n = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{2+3u_n}{2+u_n} \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1) Montrer par récurrence que pour tout $n\in$ IN, on a : $0 \leq u_n \leq 2$

2) Montrer que (u_n) est une suite croissante.

3) Soit la suite v définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{u_n - 2}{u_n + 1}$.

a) Montrer que v_n est une suite géométrique de raison $q = \dfrac{1}{4}$.

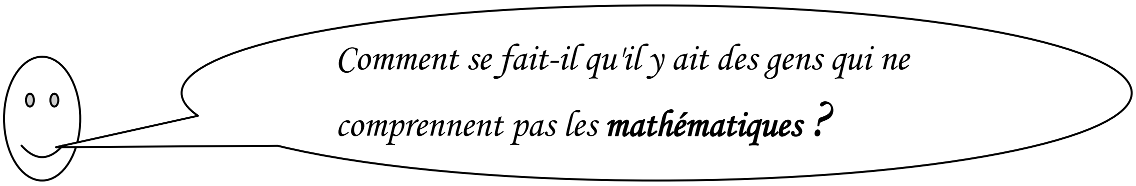
b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n

c) En déduire la limite de la suite (u_n).

4) Soit la suite w définie sur $\mathbb{N}$ par $w_0 = 0$ et $w_{n+1} = w_n + v_n$ pour $n \in \mathbb{N}$

a) Montrer $w_n = \dfrac{8}{3}\left(\left(\dfrac{1}{4}\right)^n - 1\right)$ pour $n \in \mathbb{N}$.

b) Calculer alors la limite de la suite (w_n)



On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ \mathrm{u}_{\mathrm{n}+1} = \dfrac{u_n + v_n}{2} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} v_0 = 4 \\ v_{n+1} = \dfrac{u_{n+1} + v_n}{2} \end{cases}$$

1)Calculer u_1 , v_1 , u_2 et v_2

2)Soit la suite (w_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $w_n = v_n - u_n$

a) Montrer que (w_n) est une suite géométrique de raison $\mathrm{q} = \frac{1}{4}$.

b) Exprimer w_n en fonction de n

c)Montrer que la suite (u_n) est croissante majorée et que la suite (v_n) est décroissante minorée

3)Soit la suite (t_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $t_n = \dfrac{u_n + 2v_n}{2}$

a) Montrer que (t_n)est une suite stationnaire .

b) Exprimer v_n et u_n en fonction de n.

c) En déduire la limite des suites (u_n)et (v_n)